

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования Республики Мордовия

Администрация Zubovo-Polyanskogo муниципального района

МБОУ "Явасская СОШ"

РАССМОТРЕНО

ШУМО учителей
математики,
информатики

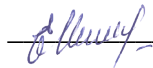
 Давыдова Л.Ю.

Протокол №1

от 29.09.2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Заместитель директора
по УР

 Кочеткова Е.И.
от 30.09.2023 г.

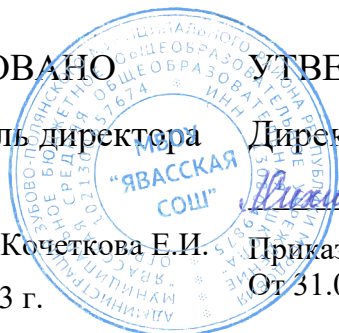
УТВЕРЖДЕНО

Директор

 Михайлова Л.С.

Приказ №222-од

От 31.09.2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»

для обучающихся 11-х классов

Явас
2023 год

1. Пояснительная записка.

Статус документа

Рабочая учебная программа по информатике для 11 классов разработана на основании:

- ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»,
- Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования по математике,
- Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего общего образования по математике,
- примерной программы основного общего образования по математике,

Структура документа

Рабочая учебная программа включает четыре раздела:

- пояснительную записку,
- содержание,
- планируемые результаты изучения учебного предмета.
- распределение учебных часов: изменения, внесенные в примерную программу; календарно-тематическое планирование; тематическое планирование,

Используемые учебные пособия

Алгебра и начала математического анализа. Сборник рабочих программ. 10-11 классы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / [сост. Т.А.Бурмистрова]. – 2-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 2020.

Используемые учебники:

Автор/авторский коллектив	Наименование учебника	Класс
Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е. и др	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 11 класс	11аб

Место предмета в учебном плане

Учебный (образовательный) план для изучения предмета «Математика» отводит на базовом уровне от 4 учебных часов в неделю и на углублённом уровне от 6 учебных часов (1-й вариант) или от 8 учебных часов (2-й вариант) в неделю в 10—11 классах. Поэтому на изучение алгебры и начал математического анализа отводится не менее 2,5 учебных часа в неделю в течение каждого года обучения для базового уровня, всего не менее 85 уроков и 4 или 6 учебных часов для углублённого уровня, всего 136 или 180 уроков соответственно. Распределение учебного времени представлено в таблице.

Предмет	Количество часов					
	Базовый уровень		Углубленный уровень			
	10 класс	11 класс	1-й вариант		2-й вариант	
10 класс			11 класс	10 класс	11 класс	
Математика (интегрированный курс)	136	136				
Геометрия	51	51	68	68	102	102
Алгебра и начала математического анализа	85	85	136	136	180	180

В соответствии с учебным планом МБОУ «Яваская СОШ» на 2023-2024 уч. г. на изучение алгебры и начала математического анализа отводится:

Класс	Количество часов в		ФИО учителя
	неделю	в год	
11а (базовый)	3	102	Горяева Н.И.
11б (углубленный)	4	136	Горяева Н.И.
Всего часов		238	

2. Содержание.

Базовый уровень

Элементы теории множеств и математической логики

Конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости.

Утверждение (высказывание), отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример, доказательство.

Числа и выражения

Корень n -й степени и его свойства. Понятие предела числовой последовательности. Степень с действительным показателем, свойства степени. Действия с корнями натуральной степени из чисел, тождественные преобразования выражений, включающих степени и корни.

Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы. Число e . Логарифмические тождества. Действия с логарифмами чисел; простейшие преобразования выражений, включающих логарифмы.

Изображение на числовой прямой целых и рациональных чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел.

Тригонометрическая окружность, радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него. Значения тригонометрических функций для углов 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° . Формулы приведения, сложения, формулы двойного и половинного угла.

Уравнения и неравенства

Уравнения с одной переменной. Простейшие иррациональные уравнения. Логарифмические и показательные уравнения и их решения. Тригонометрические уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, где a — табличное значение соответствующей тригонометрической функции, и их решения.

Неравенства с одной переменной.

Несложные рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и их системы, простейшие иррациональные уравнения и неравенства.

Метод интервалов. Графические методы решения уравнений и неравенств.

Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Уравнения, системы уравнений с параметром.

Функции

Понятие функции. Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодичность функции. Чётность и нечётность функций.

Степенная, показательная и логарифмические функции; их свойства и графики. Сложные функции.

Тригонометрические функции $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$. Функция $y = \operatorname{ctg} x$. Свойства и графики тригонометрических функций. Арккосинус, арксинус, арктангенс числа, арккотангенс числа. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

Преобразования графиков функций: сдвиги вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, симметрия относительно координатных осей и начала координат. Графики взаимно обратных функций.

Элементы математического анализа

Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного, двух функций.

Вторая производная, её геометрический и физический смысл. Понятие о непрерывных функциях. Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, нахождение наибольшего и наименьшего значений функции с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Первообразная.

Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Определённый интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла.

Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика

Частота и вероятность события. Достоверные, невозможные и случайные события. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Решение задач с применением комбинаторики. Вероятность суммы двух несовместных событий. Противоположное событие и его вероятность.

Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Решение задач с применением дерева вероятностей.

Дискретные случайные величины и их распределения. Математическое ожидание, дисперсия случайной величины. Среднее квадратичное отклонение.

Понятие о нормальном распределении. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

Представление о законе больших чисел. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Совместные наблюдения двух случайных величин. Понятие о корреляции.

Углублённый уровень

Элементы теории множеств и математической логики

Понятие множества. Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множества. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами, их иллюстрации с помощью кругов Эйлера. Счётные и несчётные множества.

Истинные и ложные высказывания (утверждения), операции над высказываниями. Кванторы существования и всеобщности. Алгебра высказываний.

Законы логики. Основные логические правила. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера.

Умозаключения. Обоснование и доказательство в математике. Определения. Теоремы. Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

Числа и выражения

Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Множество комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряжённые числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа.

Радианная мера угла. Тригонометрическая окружность. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Тригонометрические формулы приведения и сложения, формулы двойного и половинного угла. Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение и обратные преобразования.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Число e . Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифмы.

Тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных и иррациональных выражений. Метод математической индукции.

Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. Системы счисления, отличные от десятичных. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.

Основная теорема алгебры. Приводимые и неприводимые многочлены. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.

Уравнения и неравенства

Уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений.

Тригонометрические, показательные, логарифмические и иррациональные уравнения и неравенства. Типы уравнений. Решение уравнений и неравенств.

Метод интервалов для решения неравенств. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.

Уравнения, системы уравнений с параметрами. Неравенства с параметрами.

Решение уравнений степени выше второй специальных видов. Формулы Виета. Теорема Безу. Диофантовы уравнения. Решение уравнений в комплексных числах.

Неравенства о средних. Неравенство Бернулли.

Функции

Функция и её свойства; нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодическая функция и её наименьший период. Чётные и нечётные функции.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. Тригонометрические функции числового аргумента $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики.

Степенная, показательная, логарифмическая функции, их свойства и графики.

Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, симметрия относительно координатных осей и начала координат.

Элементы математического анализа

Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Понятие предела функции в точке. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Непрерывность функции.

Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса для непрерывных функций.

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Применение производной в физике. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, её геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении прикладных задач на максимум и минимум. Первообразная. Неопределённый интеграл.

Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Определённый интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла.

Дифференциальные уравнения первого и второго порядка.

Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов

Правило произведения в комбинаторике. Соединения без повторений. Сочетания и их свойства. Бином Ньютона. Соединения с повторениями.

Вероятность события. Сумма вероятностей несовместных событий. Противоположные события. Условная вероятность. Независимые события. Произведение вероятностей независимых событий. Формула Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.

Дискретные случайные величины и их распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Корреляция двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции.

Статистическая гипотеза. Статистические критерии. Статистическая значимость. Проверка простейших гипотез.

Основные понятия теории графов.

3. Планируемые результаты изучения учебного предмета информатика.

Базовый уровень

Элементы теории множеств и математической логики:

- оперировать понятиями: конечное множество, бесконечное множество, числовые множества на координатной прямой, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, отрезок, интервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- проверять принадлежность элемента множеству, заданному описанием;
- находить пересечение и объединение двух, нескольких множеств, представленных графически на числовой прямой, на координатной плоскости;
- строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями;
- оперировать понятиями: утверждение (высказывание), отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить логические, доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов.

Числа и выражения

- оперировать понятиями: натуральное и целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, иррациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, масштаб;
- оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа e и p ;
- выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы, применяя при необходимости вычислительные устройства;
- сравнивать рациональные числа между собой; сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;

- выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, корни из чисел, логарифмы чисел; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;
- пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах;
- изображать точками на координатной прямой целые и рациональные числа; целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;
- выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;
- выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;
- вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические формулы;
- находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;
- оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов; использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;
- выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
- соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями;
- использовать методы округления и прикидки при решении практических задач повседневной жизни;
- оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира.

Уравнения и неравенства

- Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения;
- решать логарифмические и показательные уравнения и неравенства;
- приводить несколько примеров корней тригонометрического уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, где a — табличное значение соответствующей тригонометрической функции;
- решать несложные рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и их системы, простейшие иррациональные уравнения и неравенства;
- использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных; — использовать метод интервалов для решения неравенств;
- использовать графический метод для приближённого решения уравнений и неравенств;
- изображать на тригонометрической окружности множество решений тригонометрических уравнений и неравенств.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении несложных практических задач и задач из других учебных предметов;
- использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;
- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.

Функции

- Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание и убывание функции на числовом

промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции;

- оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;
- распознавать графики функций прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической, показательной и тригонометрических функций и соотносить их с формулами, которыми они заданы;
- находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;
- определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т. п.);
- строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведённому набору условий (промежутки возрастания и убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т. д.);
- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графики.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

Элементы математического анализа

- Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;
- определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведённой в этой точке;
- вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;
- решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции — с другой;
- исследовать функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простых рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т. п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т. п.) величин в реальных процессах;
- соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т. п.);
- использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса;
- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т. п., интерпретировать полученные результаты.

Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика

- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновероятными элементарными событиями;
- вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;

- иметь представление: о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин; о математическом ожидании и дисперсии случайных величин; о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;
- иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;
- иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать, сравнивать и вычислять в простых случаях вероятности событий в реальной жизни;
- читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- выбирать подходящие методы представления и обработки данных;
- уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.

Текстовые задачи

- Решать несложные текстовые задачи разных типов, решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;
- выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- анализировать условие задачи, строить для её решения математическую модель, проводить доказательные рассуждения;
- понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;
- действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи;
- использовать логические рассуждения при решении задачи;
- работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации данные, необходимые для решения задачи;
- осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- решать задачи на расчёт стоимости покупок, услуг, поездок и т. п.;
- решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;
- решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;
- решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, положения на временной оси (до нашей эры и после), глубины/высоты, на движение денежных средств (приход/расход) и т. п.;
- использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т. п.;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

История и методы математики

- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей; представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России;

- применять известные методы при решении стандартных и нестандартных математических задач; использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности и на их основе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира, а также произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

Углублённый уровень

Элементы теории множеств и математической логики

- Свободно оперировать понятиями: множество, пустое, конечное и бесконечное множества, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств;
- применять числовые множества на координатной прямой: отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;
- оперировать понятием определения, основными видами определений и теорем;
- понимать суть косвенного доказательства;
- оперировать понятиями счётного и несчётного множества;
- применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов;
- использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.

Числа и выражения

- Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;
- понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционными системами записи чисел;
- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
- доказывать и использовать признаки делимости, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше второй;
- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;
- свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;

- понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;
- владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач;
- иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;
- свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;
- владеть формулой бинома Ньютона;
- применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД, Китайскую теорему об остатках, Малую теорему Ферма;
- применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;
- применять при решении задач цепные дроби, многочлены с действительными и целыми коэффициентами;
- владеть понятиями: приводимые и неприводимые многочлены; применять их при решении задач;
- применять при решении задач Основную теорему алгебры; простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближённых вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные;
- использовать реальные величины в разных системах измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

- Свободно оперировать понятиями: уравнение; неравенство; равносильные уравнения и неравенства; уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве; равносильные преобразования уравнений;
- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения третьей и четвёртой степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать на плоскости множества, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений;
- свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- свободно решать системы линейных уравнений;
- решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;
- применять при решении задач неравенства Коши—Буняковского, Бернулли;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач из других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем, при решении задач из других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач из других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

Функции

- Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;
- владеть понятием: степенная функция; строить её график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;
- владеть понятиями: показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;
- владеть понятием: логарифмическая функция; строить её график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;
- владеть понятием: тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
- владеть понятием: обратная функция; применять это понятие при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность;
- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями: числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессии;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;
- владеть понятием: асимптота; уметь его применять при решении задач;
- применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

Элементы математического анализа

- Владеть понятием: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
- применять для решения задач теорию пределов;
- владеть понятиями: бесконечно большие числовые последовательности и бесконечно малые числовые последовательности; уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- строить графики и применять их к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием: касательная к графику функции; уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями: первообразная, определённый интеграл;
- применять теорему Ньютона—Лейбница и её следствия для решения задач;

- свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;
- свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;
- оперировать понятием первообразной для решения задач;
- овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона—Лейбница и его простейших применениях;
- оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;
- уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;
- уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;
- уметь выполнять приближённые вычисления (методы решения уравнений, вычисления определённого интеграла);
- уметь применять приложение производной и определённого интеграла к решению задач естествознания;
- владеть понятиями: вторая производная, выпуклость графика функции; уметь исследовать функцию на выпуклость.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов

- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора; понятиями: генеральная совокупность и выборка;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей; вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин;
- иметь представление о центральной предельной теореме;
- иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;
- иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и её уровне значимости;
- иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;
- иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;
- владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о деревьях и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятием: связность; уметь применять компоненты связности при решении задач;
- уметь осуществлять пути по рёбрам, обходы рёбер и вершин графа;
- иметь представление об Эйлеровом и Гамильтоновом пути; иметь представление о трудности задачи нахождения Гамильтонова пути;
- владеть понятиями: конечные счётные множества; счётные множества; уметь применять их при решении задач;
- уметь применять метод математической индукции;
- уметь применять принцип Дирихле при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

Текстовые задачи

- Решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы. В повседневной жизни и при изучении других предметов;
- решать практические задачи и задачи из других предметов.

История и методы математики

- Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;
- понимать роль математики в развитии России;
- использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
- пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов;
- применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).

Характеристика видов деятельности (УУД)

11 класс.

Делимость чисел.

Применять свойства суммы, разности и произведения чисел при решении задач. Находить остатки от деления различных числовых выражений (в частности, степеней) на натуральные числа. Доказывать свойства делимости на 3 и на 9. Демонстрировать применение признаков и свойств делимости при решении задач. Объяснять смысл понятия «сравнение» и теории сравнений. Приводить примеры применения свойств сравнений при решении задач на делимость. Использовать при решении задач изученные способы решения уравнений первой и второй степени с двумя неизвестными в целых числах.

Многочлены. Алгебраические уравнения

Выполнять деление уголком (или по схеме Горнера) многочлена. Раскладывать многочлен на множители. Оценивать число корней целого алгебраического уравнения (не выше четвёртой степени). Определять кратность корней многочлена (не выше четвёртой степени). Использовать умение делить многочлены с остатком для выделения целой части алгебраической дроби. Применять различные приёмы решения целых алгебраических уравнений (не выше четвёртой степени): подбор целых корней; разложение на множители (включая метод неопределённых коэффициентов); понижение степени; подстановка (замена переменной). Находить числовые промежутки, содержащие корни алгебраических уравнений. Сочетать точные и приближённые методы для решения вопросов о числе корней уравнения (на отрезке). Применять различные свойства решения систем уравнений, содержащих уравнения степени выше второй, для решения задач. Возводить двучлен в натуральную степень. Пользуясь треугольником Паскаля, находить биномиальные коэффициенты. Решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, интерпретируя результат с учётом ограничений условия задачи.

Степень с действительным показателем.

Находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Переводить бесконечную периодическую дробь в обыкновенную дробь. Приводить примеры (давать определение) арифметических корней натуральной степени. Пояснять на примерах понятие степени с любым действительным показателем. Применять правила действий с радикалами, выражениями со степенями с рациональным показателем (любым действительным показателем) при вычислениях и преобразованиях выражений. Доказывать тождества, содержащие корень натуральной степени и степени с любым действительным показателем, применяя различные способы. Применять умения преобразовывать выражения и доказывать тождества при решении задач повышенной сложности.

Степенная функция.

По графикам степенных функций (в зависимости от показателя степени) описывать их свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность). Строить схематически график степенной функции в зависимости от принадлежности показателя степени (в аналитической записи рассматриваемой функции) к одному из рассматриваемых числовых множеств (при показателях, принадлежащих множеству целых чисел, при любых действительных показателях) и перечислять её свойства. Определять, является ли функция обратимой. Строить график сложной функции, дробнорациональной функции элементарными методами. Приводить примеры степенных функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Распознавать равносильные преобразования, преобразования, приводящие к уравнению следствию. Решать простейшие иррациональные уравнения, иррациональные неравенства и их системы. Распознавать графики и строить графики степенных функций, используя графопостроители, изучать свойства функций по их графикам. Формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих степенные функции, и проверять их. Выполнять преобразования графиков степенных функций: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат (построение графиков с модулями, построение графика обратной функции). Применять свойства степенной функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности.

Показательная функция.

По графикам показательной функции описывать её свойства (монотонность, ограниченность). Приводить примеры показательной функции (заданной с помощью формулы или графика), обладающей заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Решать простейшие показательные уравнения, неравенства и их системы. Решать показательные уравнения методами разложения на множители, способом замены неизвестного, с использованием свойств функции, решать уравнения, сводящиеся к квадратным, иррациональным. Решать показательные уравнения, применяя различные методы. Распознавать графики и строить график показательной функции, используя графопостроители, изучать свойства функции по графикам. Формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих показательную функцию, и проверять их. Выполнять преобразования графика показательной функции: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат (построение графиков с модулями, построение графика обратной функции). Применять свойства показательной функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности.

Логарифмическая функция.

Выполнять простейшие преобразования логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов, с помощью формул перехода. По графику логарифмической функции описывать её свойства (монотонность, ограниченность). Приводить примеры логарифмической функции (заданной с помощью формулы или графика), обладающей заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Решать

простейшие логарифмические уравнения, логарифмические неравенства и их системы. Решать логарифмические уравнения различными методами. Распознавать графики и строить график логарифмической функции, используя графопостроители, изучать свойства функции по графикам, формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих логарифмическую функцию, и проверять их. Выполнять преобразования графика логарифмической функции: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат (построение графиков с модулями, построение графика обратной функции). Применять свойства логарифмической функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности.

Тригонометрические формулы.

Переводить градусную меру в радианную и обратно. Находить на окружности положение точки, соответствующей данному действительному числу. Находить знаки значений синуса, косинуса, тангенса числа. Выявлять зависимость между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла. Применять данные зависимости для доказательства тождества, в частности на определённых множествах. Применять при преобразованиях и вычислениях формулы связи тригонометрических функций углов α и $-\alpha$, формулы сложения, формулы двойных и половинных углов, формулы приведения, формулы суммы и разности синусов, суммы и разности косинусов, произведения синусов и косинусов. Доказывать тождества, применяя различные методы, используя все изученные формулы. Применять все изученные свойства и формулы при решении прикладных задач и задач повышенной сложности.

Тригонометрические уравнения.

Находить арксинус, арккосинус, арктангенс действительного числа, грамотно формулируя определение. Применять свойства арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа. Применять формулы для нахождения корней уравнений $\cos x = a$, $\sin x = a$, $\operatorname{tg} x = a$. Решать тригонометрические уравнения: линейные относительно синуса, косинуса, тангенса угла (числа), сводящиеся к квадратным и другим алгебраическим уравнениям после замены неизвестного, сводящиеся к простейшим тригонометрическим уравнениям после разложения на множители. Решать однородные (первой и второй степени) уравнения относительно синуса и косинуса, а также сводящиеся к однородным уравнениям. Использовать метод вспомогательного угла. Применять метод предварительной оценки левой и правой частей уравнения. Уметь применять несколько методов при решении уравнения. Решать несложные системы тригонометрических уравнений. Решать тригонометрические неравенства с помощью единичной окружности. Применять все изученные свойства и способы решения тригонометрических уравнений и неравенств при решении прикладных задач и задач повышенной сложности.

Тематическое планирование, 11 класс (углубленный)

Глава § пункт	Содержание материала	max нагрузка учащегося	Из них		
			теоретич обучение	самост работа	контрольная работа
1	Тригонометрические функции	19	6	12	1
2	Производная и её геометрический смысл.	22	8	13	1
3	Применение производной к исследованию функции	16	5	10	1
4	Первообразная и интеграл.	15	6	8	1
5	Комбинаторика	13	6	6	1
6	Элементы теории вероятностей.	11	5	5	1
7	Комплексные числа	14	7	6	1
	Итоговой повторение курса алгебры и математического анализа.	22		22	
	Административные контрольные работы	4			4
	Итого	136	43	82	11

Тематическое планирование, 11 класс (базовый)

Глава § пункт	Содержание материала	маx нагрузка учащегося	Из них		
			теоретич обучение	самост работа	контрольная работа
1	Тригонометрические функции	18	5,5	11,5	1
2	Производная и её геометрический смысл.	18	6	11	1
3	Применение производной к исследованию функции	13	3,5	8,5	1
4	Первообразная и интеграл.	10	2,5	6,5	1
5	Комбинаторика	9	3	5	1
6	Элементы теории вероятностей.	7	2	4	1
7	Итоговой повторение курса алгебры и математического анализа.	23		23	
8	Административные контрольные работы	4			4
	Итого	102	22,5	69,5	10